



***B2-5 : Déterminer le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme.***

***Détermination de  $h$  par une approche statique***

---

---

***Ayons un regard mathématique du problème...***

Présentation matricielle du problème statique.  
Equations issues du PFS/PFD.

$I_s$  : Inconnues statiques = Somme des termes non nuls dans les torseurs des actions mécaniques transmissibles des liaisons.

$E_s$  : Equations statiques = 6 équations (scalaires) par solide, sauf pour le bâti.  
Donc  $E_s = 6 \cdot (n - 1)$  avec  $n$  le nombre de classes d'équivalence cinématique (solides).

$m$  : degré de mobilité.

$h$  : degré d'hyperstatisme.

***Ayons un regard mathématique du problème...***

$$\begin{array}{c} \text{I}_s \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \text{Rg}[E_s] \end{array} \left[ \begin{array}{c} \text{E}_s \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ m \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{I}_s \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ h \end{array} \right]$$

mobilité = équations  
statiques ne  
permettant pas la  
résolution. (*Exemple  $0=0$  ;  
pas d'actions transmissibles,  
donc mouvement possible*).

$$\mathbf{m} = \mathbf{E}_s - \text{Rg}(\mathbf{E}_s)$$

*Ayons un regard mathématique du problème...*

$$E_s \begin{bmatrix} \text{Rg}[E_s] \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s \\ \vdots \end{bmatrix}$$

The diagram shows a large square matrix  $E_s$  of size  $I_s \times I_s$ . Inside it, a smaller square submatrix  $\text{Rg}[E_s]$  is highlighted in blue. The dimension of  $E_s$  is indicated by a bracket on the left labeled  $I_s$ . The dimension of the submatrix  $\text{Rg}[E_s]$  is indicated by a bracket on top labeled  $m$ . The dimension of the submatrix is also indicated by a bracket on the right labeled  $h$ . The matrix  $E_s$  is shown as a large square with a smaller square  $\text{Rg}[E_s]$  inside it. The dimension of  $E_s$  is  $I_s$ . The dimension of  $\text{Rg}[E_s]$  is  $m$ . The dimension of the submatrix is  $h$ .

$$m = I_s - \text{Rg}(E_s)$$

hyperstatisme  $h = \text{nb}$   
d'inconnues statiques qui  
ne peuvent pas être  
déterminées de manière  
univoque.

$$h = I_s - \text{Rg}(E_s)$$

***Ayons un regard mathématique du problème...***

The diagram shows a matrix equation. On the left, a matrix  $E_C$  of size  $E_S \times E_S$  is multiplied by a block matrix. This block matrix consists of a square sub-block  $Rg[E_C]$  of size  $E_S \times E_S$  and a vertical vector  $I_c$  of size  $E_S \times 1$ . A red bracket labeled  $h$  indicates the height of the  $Rg[E_C]$  block, and a red bracket labeled  $m$  indicates the width of the  $I_c$  block. The total width of the block matrix is  $E_S$ . The result of the multiplication is a column vector of size  $E_S \times 1$  with the first two elements being 0 and the rest being dots, with a final 0 at the bottom.

$$m = E_S - Rg(E_S)$$

$$h = I_S - Rg(E_S)$$

Donc :

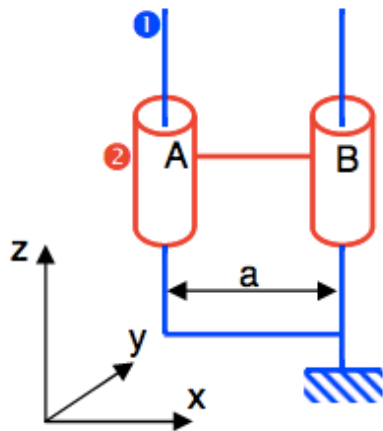
$$Rg(E_c) = E_S - m \quad \text{et} \quad Rg(E_c) = I_S - h$$

D'où :

$$h = m + I_S - E_S$$

$$h = m + I_S - E_S$$

*Appliquons cette formule sur un exemple simple.*



$$m=1$$

$$E_S = 6 \cdot 1 = 6$$

$$I_S = 2 \cdot 4 = 8$$

(2 pivots glissants)

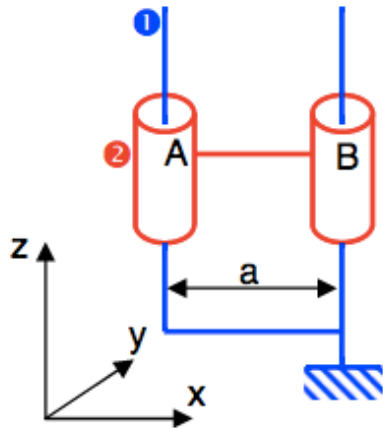
$$h = 1 + 8 - 6 = 3$$



## RESOUDRE – Détermination de $h$ par approche statique.

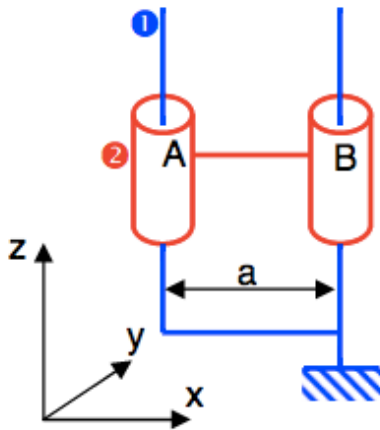
**$h = 3$**

*Interprétons ce résultat.*



Si on exprime la somme des torseurs des actions mécaniques de 2 sur 1 en B :

$$_B \left\{ \begin{array}{cc} X_{21}^{LB} + X_{21}^{LA} & L_{B,2 \rightarrow 1}^{LB} + L_{A,2 \rightarrow 1}^{LA} \\ Y_{21}^{LB} + Y_{21}^{LA} & M_{B,2 \rightarrow 1}^{LB} + M_{A,2 \rightarrow 1}^{LA} \\ 0 & -a \cdot Y_{21}^{LA} \end{array} \right\}_B$$

**$h = 3$** ***Interprétons ce résultat.***

Si on exprime la somme des torseurs des actions mécaniques de 2 sur 1 en B :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{21}^{LB} + X_{21}^{LA} \\ Y_{21}^{LB} + Y_{21}^{LA} \\ 0 \end{array} \right\}_B \quad \left\{ \begin{array}{l} L_{B,2 \rightarrow 1}^{LB} + L_{A,2 \rightarrow 1}^{LA} \\ M_{B,2 \rightarrow 1}^{LB} + M_{A,2 \rightarrow 1}^{LA} \\ -a \cdot Y_{21}^{LA} \end{array} \right\}_B$$

3 actions peuvent être considérées comme « en trop » pour résoudre le pb :

- $X_{21}^{LB}$  ou  $X_{21}^{LA}$
- $L_{B,21}^{LB}$  ou  $L_{A21}^{LA}$
- $M_{B,21}^{LB}$  ou  $M_{A21}^{LA}$

Ex :  $X_{21}^{LA} = 0$  et  $L_{A21}^{LA} = M_{A21}^{LA} = 0$

-> LA ponctuelle de normale  $y$  !



## RESOUDRE – Détermination de $h$ par approche statique.

***A vous de jouer ! Déterminer le degré d'hyperstatisme, par une approche cinématique, du mécanisme de basculement du train avant TopChair !***

