



B2-5 : Déterminer le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme.

Détermination de h par une approche cinématique

Ayons un regard mathématique du problème...

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \text{I}_c \\
 \left. \begin{array}{c} \text{Rg}[E_c] \\ \hline \end{array} \right\} m \\
 \left. \begin{array}{c} E_c \\ \hline h \end{array} \right\} \\
 \left[\begin{array}{c} \square \\ \hline \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{I}_c \\
 = \\
 \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{array} \right]
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Présentation matricielle du problème cinématique.
Equations issues des fermetures cinématiques.

I_c : Inconnues cinématiques = Somme des termes non nuls dans les torseurs cinématiques des liaisons.

E_c : Equations cinématiques = 6 équations (scalaires) par cycle, donc $E_c = 6 \cdot \gamma$ avec γ le nombre cyclomatique.

m : degré de mobilité.

h : degré d'hyperstatisme.

Ayons un regard mathématique du problème...

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \text{I}_c \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ \text{Rg}[E_c] \end{array} \\
 \left(\begin{array}{c} \text{E}_c \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ h \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \underbrace{\hspace{10em}} \\ m \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{I}_c \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{array} \right)
 \end{array}$$

mobilité = inconnues
cinématiques non
fixées par les équations
cinématiques.

$$\mathbf{m} = \mathbf{I}_c - \text{Rg}(E_c)$$

Ayons un regard mathématique du problème...

$$\begin{array}{c}
 \text{I}_c \\
 \underbrace{\hspace{10em}} \\
 \text{Rg}[E_c] \quad m \\
 \left[\begin{array}{c} \text{E}_c \\ \left. \begin{array}{c} \square \\ \hline \end{array} \right\} h \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{I}_c \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$m = I_c - \text{Rg}(E_c)$$

hyperstatisme $h = nb$
d'équations cinématiques
redondantes.

$$h = E_c - \text{Rg}(E_c)$$

5

RESOUDRE – Détermination de h par approche cinématique.

Ayons un regard mathématique du problème...

$$E_C \begin{pmatrix} \overbrace{\text{Rg}[E_C]}^{I_C} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_C \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

The diagram shows a matrix equation. On the left, a large square matrix is labeled E_C . A blue box inside it is labeled $\text{Rg}[E_C]$. A bracket above this box is labeled I_C . A red bracket to the right of the box is labeled m . A red bracket below the bottom part of the matrix is labeled h . This matrix is multiplied by a column vector labeled I_C . The result is a column vector with zeros in the top two positions and dots in the middle, and a zero at the bottom.

$$m = I_C - \text{Rg}(E_C)$$

$$h = E_C - \text{Rg}(E_C)$$

Donc :

$$\text{Rg}(E_C) = I_C - m \quad \text{et} \quad \text{Rg}(E_C) = E_C - h$$

D'où :

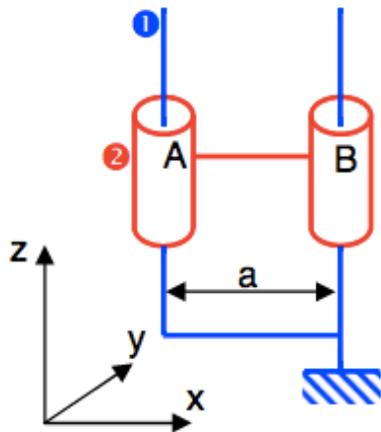
$$h = m + E_C - I_C$$



RESOUDRE – Détermination de h par approche cinématique.

$$h = m + E_c - I_c$$

Appliquons cette formule sur un exemple simple.



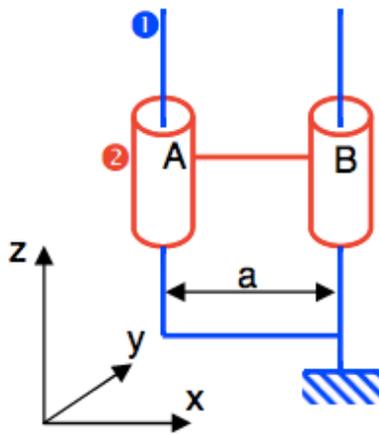
$$m=1$$

$$E_c = 6 \cdot 1 = 6$$

$$I_c = 2 \cdot 2 = 4$$

(2 pivots glissants)

$$h = 1 + 6 - 4 = 3$$

h = 3**Interprétons ce résultat.**

Si on reprend notre étude cinématique
(recherche de la liaison équivalente) :

$$\{V_{2/1}^{LA}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A \in 2/1} \end{Bmatrix}_{B_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a \cdot \omega_{z,2/1} \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A \in 2/1} \end{Bmatrix}_{B_2}$$

$$\{V_{2/1}^{LB}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,B \in 2/1} \end{Bmatrix}_{B_1}$$

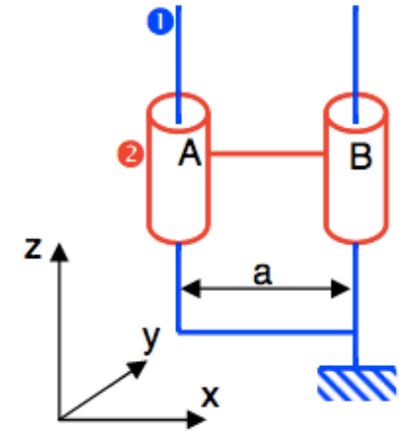
$h = 3$ ***Interprétons ce résultat.***

Quels termes pourraient être non nuls sans changer notre résultat ?

$$\{V_{2/1}^{LA}\} = \begin{Bmatrix} \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \textcircled{0} & 0 \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A \in 2/1} \end{Bmatrix}_{B_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \textcircled{a \cdot \omega_{z,2/1}} \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A \in 2/1} \end{Bmatrix}_{B_2}$$

$$\{V_{2/1}^{LB}\} = \begin{Bmatrix} \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,B \in 2/1} \end{Bmatrix}_{B_1}$$

Ce sont donc des ddl que l'on peut « rajouter » sans changer le fonctionnement de notre mécanisme.

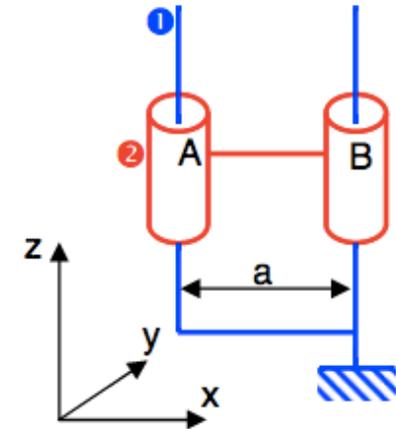


$h = 3$

Interprétons ce résultat.

Imaginons que l'on ajoute ces ddl à la liaison en A (arbitraires).

- LA -> ponctuelle de normale y .
- LEQ -> glissière de direction z .
- $h=0$ -> Système devient **isostatique**.



h dépend de la modélisation du mécanisme !!!

Pour rendre isostatique avec l'approche cinématique :

- On intègre des ddl là où l'on avait des équations inutiles (ici du type $0=0$).