1

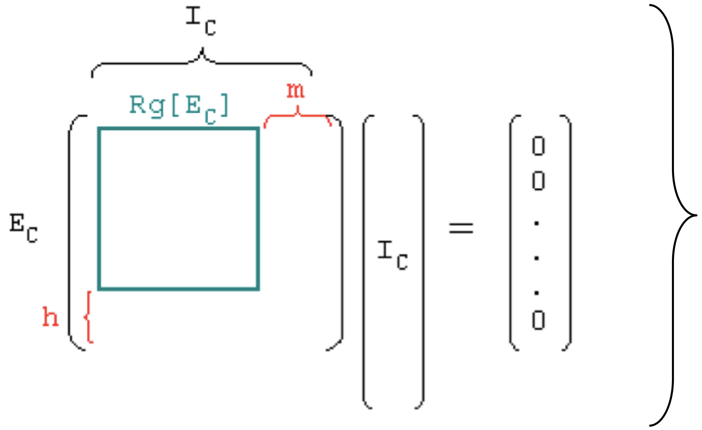
RESOUDRE

B2-5 : Déterminer le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme.

Détermination de h par une approche cinématique

2 **RESOUDRE –** *Détermination de h par approche cinématique.*

Ayons un regard mathématique du problème…



Présentation matricielle du problème cinématique.
Equations issues des fermetures cinématiques.

I_c : Inconnues cinématiques = Somme des termes non nuls dans les torseurs cinématiques des liaisons.

E_c : Equations cinématiques = 6 équations (scalaires) par cycle, donc $E_c=6.\gamma$ avec γ le nombre cyclomatique.

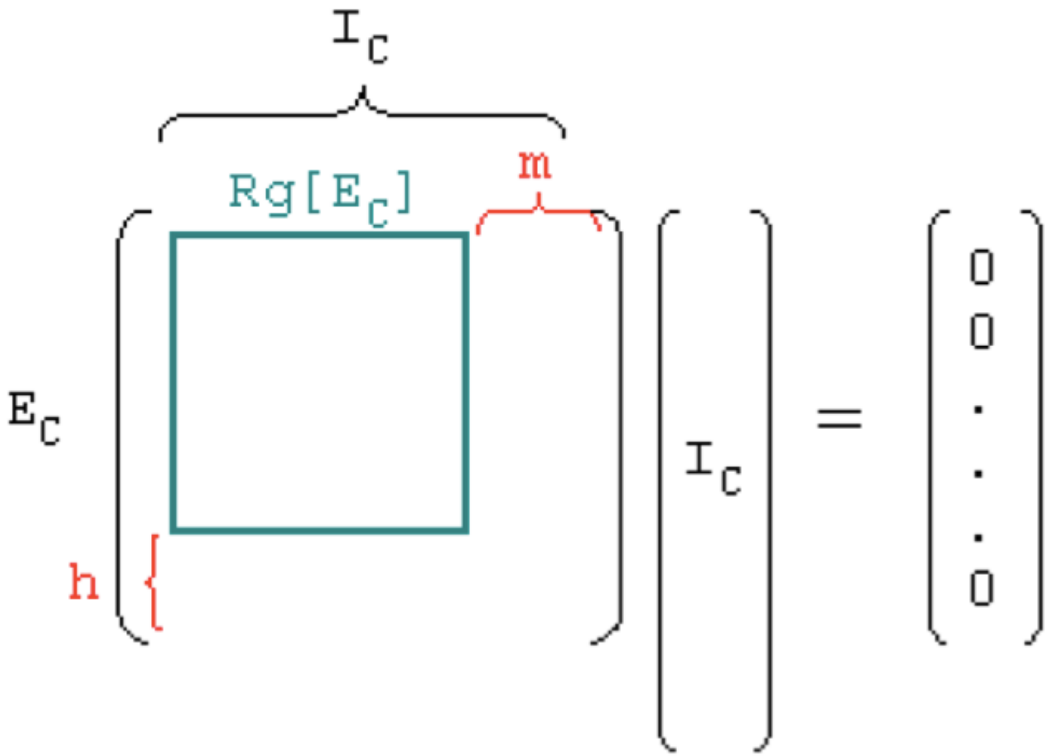
m : degré de mobilité.

h : degré d’hyperstatisme.

3

RESOUDRE – Détermination de h par approche cinématique.

Ayons un regard mathématique du problème…



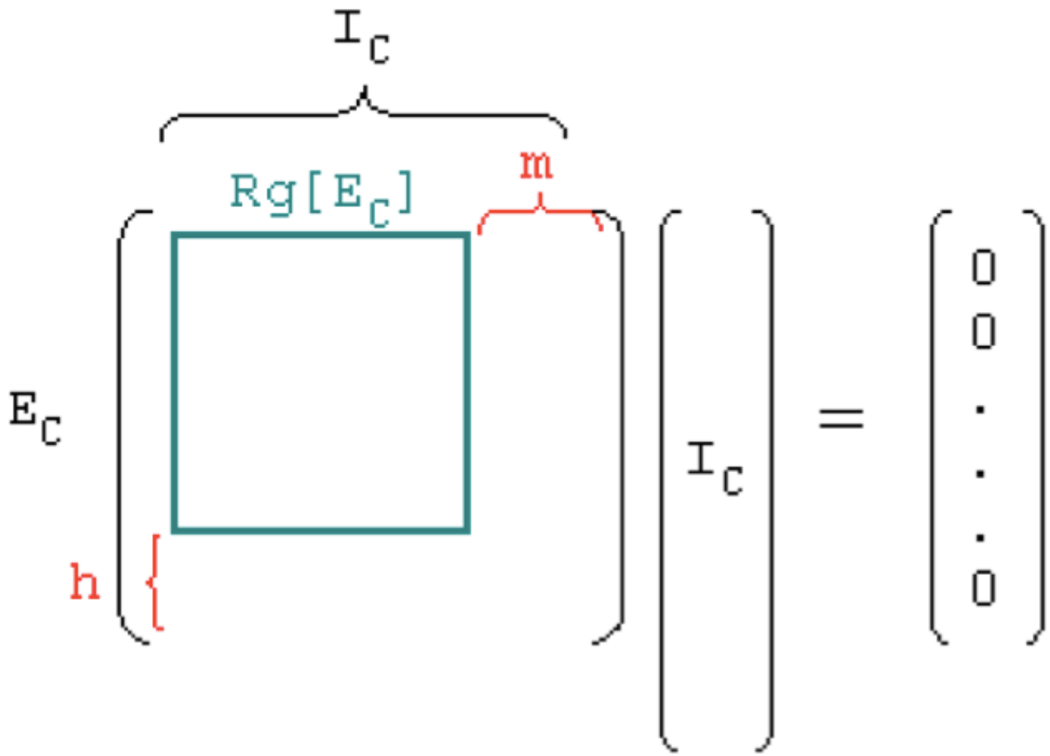
mobilité = inconnues cinématiques non fixées par les équations cinématiques.

$m = I_c - Rg(E_c)$

4

RESOUDRE – Détermination de h par approche cinématique.

Ayons un regard mathématique du problème…



m = I_c- Rg(E_c)

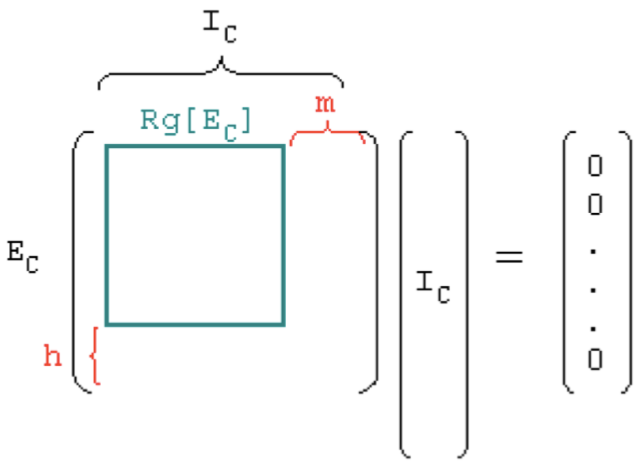
hyperstatisme h = nb d'équations cinématiques redondantes.

h = E_c-Rg(E_c)

5

RESOUDRE – Détermination de h par approche cinématique.

Ayons un regard mathématique du problème…



$m = I_c - Rg(E_c)$

$h = E_c - Rg(E_c)$

Donc :

$Rg(E_c) = I_c - m$ et $Rg(E_c) = E_c - h$

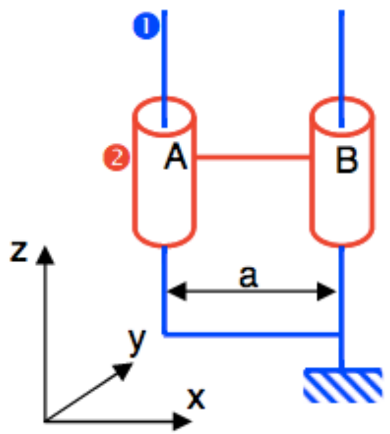
D'où :

$$\mathbf{h = m + E_c - I_c}$$

6 RESOUDRE – *Détermination de h par approche cinématique.*

$h = m + E_c - I_c$

Appliquons cette formule sur un exemple simple.



$m=1$

$E_c = 6*1 = 6$

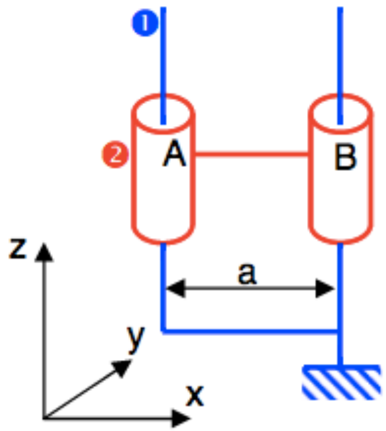
$I_c = 2*2 = 4$ (2 pivots glissants)

$h = 1 + 6 – 4 = \mathbf{3}$

RESOUDRE – *Détermination de h par approche cinématique.*

h = 3

Interprétons ce résultat.



Si on reprend notre étude cinématique (recherche de la liaison équivalente) :

$$\{V_{2/1}{}^{LA}\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A\in 2/1} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a.\omega_{z,2/1} \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A\in 2/1} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_2}$$

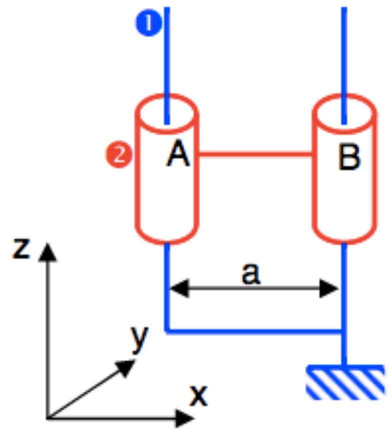
$$\{V_{2/1}{}^{LB}\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,B\in 2/1} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

RESOUDRE – *Détermination de h par approche cinématique.*

h = 3

Interprétons ce résultat.

Quels termes pourraient être non nuls sans changer notre résultat ?

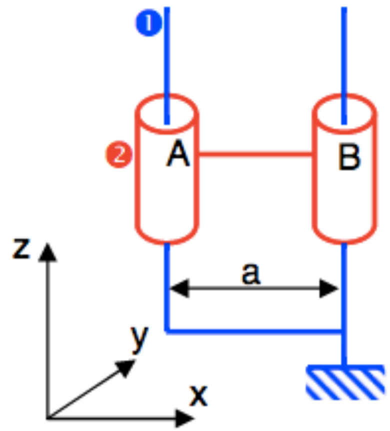


$$\left\{V_{2/1}{}^{LA}\right\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A\in 2/1} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a.\omega_{z,2/1} \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,A\in 2/1} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_2}$$

$$\left\{V_{2/1}{}^{LB}\right\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z,2/1} & V_{z,B\in 2/1} \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_1}$$

Ce sont donc des ddl que l'on peut « rajouter » sans changer le fonctionnement de notre mécanisme.

RESOUDRE – Détermination de h par approche cinématique.



h = 3

Interprétons ce résultat.

Imaginons que l'on ajoute ces ddl à la liaison en A (arbitraires).

- LA -> ponctuelle de normale y.
- LEQ -> glissière de direction z.
- h=0 -> Système devient **isostatique**.

h dépend de la modélisation du mécanisme !!!

Pour rendre isostatique avec l'approche cinématique :

- On intègre des ddl là où l'on avait des équations inutiles (ici du type 0=0).